

LA NUMÉRATION

1° / SYSTÈME DE NUMÉRATION

En automatisme, on utilise plusieurs systèmes de numération qui dépendent du type d'information, du traitement et du compte rendu.

Dans tous les cas, un nombre s'écrit à l'aide de symboles auxquels sont affectés des poids.

1.1° / Système décimal

C'est certainement le système le plus utilisé et le mieux connu de tous. Il est basé sur le nombre 10.

10 est la base du système décimal

les chiffres 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

10 caractères au total sont utilisés pour la représentation des nombres

Pour former un nombre, nous le subdivisons en puissance de 10 que nous énonçons en partant des plus élevées et en plaçant un zéro dans les cases qui ne comportent aucune puissance entière de 10. Nous pouvons écrire par exemple:

$$2006_{(10)} = 2 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0 = 2000 + 0 + 0 + 6 = 2006$$

Remarques : Dans le nombre $(2006)_{10}$ ou $2006_{(10)}$

2 est le : chiffre le plus significatif (bit de poids le plus fort)

En anglais : MSB = Most Significant Bit

6 est le : Chiffre le moins significatif (Bit de poids le plus faible)

En anglais : LSB (Least Significant Bit)

1.2° / Système Binaire

Dans les systèmes automatisés ou dans les calculateurs numériques, on utilise des éléments électriques ou électroniques qui ont **2** états stables.

On affecte à ces 2 états physiques, 2 chiffres : **0** et **1**.

Les règles qui s'appliquent à ces nombres binaires sont fondamentalement les mêmes que pour les nombres décimaux.

$$\begin{aligned} N_{(2)} = 10011 &= (1 \cdot 2^4) + (0 \cdot 2^3) + (0 \cdot 2^2) + (1 \cdot 2^1) + (1 \cdot 2^0) \\ &= 16 + 0 + 0 + 2 + 1 = 19_{(10)} \end{aligned}$$

Correspondance avec le système décimal :

N° binaires	N° Décimal	N° binaires	N° Décimal
0000	0	0101	5
0001	1	0110	6
0010	2	0111	7
0011	3	1000	8
0100	4	1001	9

Un nombre écrit dans le système binaire occupe environ 3 fois plus de place que dans le système décimal.

$$1995_{(10)} = 11\ 111\ 001\ 011_{(2)}$$

Les nombres binaires sont très peu maniables en raison de leur longueur. C'est pourquoi on a été amené à rassembler par groupe de 3 ou 4 les positions des nombres binaires. On obtient ainsi les systèmes **OCTAL** et **HEXADECIMAL**.

1.3° / Système Octal

Le système **OCTAL** est basé sur le chiffre **8**.

8 est la base du système, les chiffres de **0** à **7** sont utilisés comme symboles.

Les éléments des nombres binaires sont rassemblés par groupe de trois.

On utilise la correspondance suivante :

Binaire	Octal	Binaire	Octal
000	0	110	6
001	1	111	7
010	2	1 000	1 0
011	3	1 001	1 1
100	4	1 010	1 2
101	5	1 011	1 3

$$011\ 111\ 001\ 011_{(2)} = 3\ 7\ 1\ 3_{(8)} = 1995_{(10)}$$

1.4° / Système Hexadécimal

Le système HEXADECIMAL est basé sur le nombre 16 .

16 est la base du système, il faut 16 symboles pour définir les 16 valeurs.

Les chiffres de 0 à 9 et les lettres de A à F sont utilisés comme symboles.

Les éléments des nombres binaires sont rassemblés par groupe de 4

On utilise la correspondance suivante :

Binaire	Hexadécimal	Binaire	Hexadécimal
0000	0	1001	9
0001	1	1010	A
0010	2	1011	B
0011	3	1100	C
0100	4	1101	D
0101	5	1110	E
0110	6	1111	F
0111	7	1 0000	10
1000	8	1 0001	11

La conversion se fait de la même façon que le système octal :

$$0111 \ 1100 \ 1011_{(2)} = 7 \ C \ B_{(16)} = 1995_{(10)}$$

2°/ CONVERSION ENTRE LES SYSTEMES DE NUMERATION

2.1°/ Conversion vers le Système décimal

Il suffit juste d'exprimer la signification du nombre dans sa base :

$$1101_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 13_{(10)}$$

$$1275_{(8)} = 1 \times 8^3 + 2 \times 8^2 + 7 \times 8^1 + 5 \times 8^0 = 701_{(10)}$$

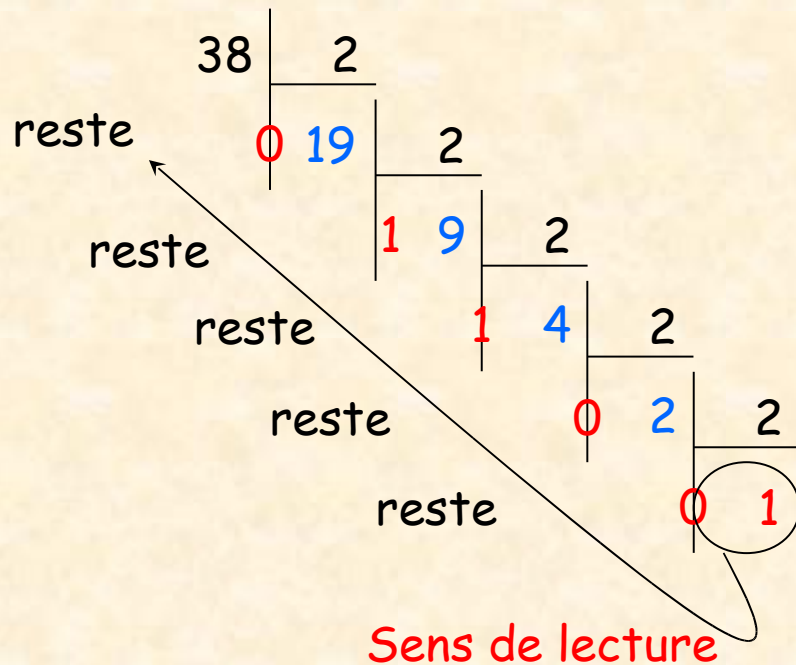
$$4F6_{(16)} = 4 \times 16^2 + 15 \times 16^1 + 6 \times 16^0 = 1270_{(10)}$$

2.2° / Conversion du système décimal vers le système binaire

Méthode des divisions successives

On divise le chiffre en décimal par 2 (binaire) jusqu'à obtenir un résultat < à la base 2

$$38_{(10)} = ?_{(2)}$$



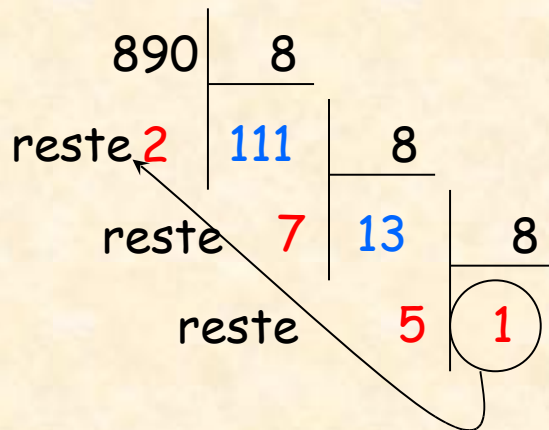
$$38_{(10)} = 100110_{(2)}$$

2.3° / Conversion du le Système décimal vers le système Octal ou Hexadécimal

Conversion directe :

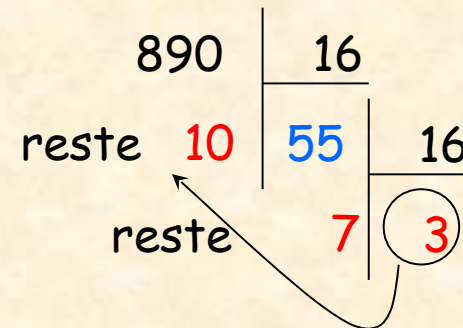
Comme pour la conversion en binaire, on divise le nombre en décimal par la base (8 ou 16) jusqu'à obtenir un résultat $<$ à la base.

$$890_{(10)} = ?_{(8)}$$



$$890_{(10)} = 1572_{(8)}$$

$$890_{(10)} = ?_{(16)}$$



$$890_{(10)} = 37A_{(16)}$$

Les restes de 10 à 15 sont remplacés par les symboles de A à F.

SYSTEME	BASE	SYMBOLE	POIDS
DECIMAL	10	0.....9	$10^0, 10^1, \dots$
BINAIRE	2	0,1	$2^0, 2^1, \dots$
OCTAL	8	0.....7	$8^0, 8^1, \dots$
HEXADECIMAL	16	0...9 , A.....F	$16^0, 16^1, \dots$

(10)	(2)	(8)	(16)
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10

(10)	(BCD)
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
10	1 0000
11	1 0001
12	1 0010
13	1 0011
14	1 0100
15	1 0101
16	1 0110

3° / CODE BCD.

BCD signifie Binaire Codé Décimal.

On utilise 4 bits par chiffre décimal à coder.

Les combinaisons binaires de 1010 à 1111 ne sont pas utilisées. Il n'est pas utilisé pour compter mais surtout pour afficher des chiffres.

(GRAY)
0000
0001
0011
0010
0110
0111
0101
0100
1100
1101
1111
1110
1010
1011
1001
1000
0000

3° / CODE GRAY.

GRAY du nom de son inventeur, aussi appelé code binaire réfléchi.

1 seul bit change d'état d'une combinaison à l'autre. Permet d'éviter des aléas technologiques (combinaisons inattendues). Très utilisé dans les codeur de positions (codeur absolu).

