Fiche de synthèse : STATIQUE PAR LES TORSEURS

NOTATION D'UN TORSEUR

Action de contact, en A exercé par le solide 1 sur le solide 2

$$\{T_{A1\to2}\} = {}_A\left\{ \begin{matrix} \vec{A}_{1\to2} \\ \vec{M}_{A\,1\to2} \end{matrix} \right\} = {}_A\left\{ \begin{matrix} X_A & L_A \\ Y_A & M_A \\ Z_A & N_A \end{matrix} \right\}_{R(x,y,z)} \qquad \text{Avec } \vec{A}_{1\to2} \begin{pmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{pmatrix} \quad \vec{M}_{A1\to2} \begin{pmatrix} L_A \\ M_A \\ N_A \end{pmatrix}$$

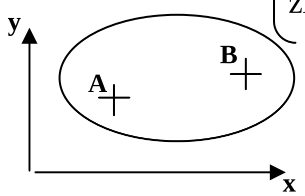
$\vec{A}_{1\to2}$: Force exercée par le solide 1 sur le solide 2 (*unité N, daN, kN*).

$\vec{M}_{A\,1\to2}$: Moment en A exercé par le solide 1 sur le solide 2 (*unité N.m, N.mm, daN.m …*).

ECRITURE D'UN TORSEUR EN DIFFERENTS POINTS (changement de centre de réduction)

Le Torseur $\{T_{1\to2}\}$ est connu en un point **A**, déterminons sa valeur au point **B**.

$$\{T_{A1\to2}\} = {}_A\left\{ \begin{matrix} \vec{A}_{1\to2} \\ \vec{M}_{A\,1\to2} \end{matrix} \right\} \qquad \{T_{A1\to2}\} = {}_B\left\{ \begin{matrix} \vec{A}_{1\to2} \\ \vec{M}_{B\,1\to2} \end{matrix} \right\} \qquad \vec{BA} = \begin{pmatrix} x_A - x_B \\ y_A - y_B \\ z_A - z_B \end{pmatrix}$$



La force $\vec{A}_{1\to2}$ a la même valeur en tout point.

Le moment $\vec{M}_{B\,1\to2}$ est obtenu avec la formule : $\vec{M}_{B\,1\to2} = \vec{M}_{A\,1\to2} + \vec{BA} \wedge \vec{A}_{1\to2}$

PRINCIPE FONDAMANTAL DE LA STATIQUE (P.F.S.)

Pour un solide en équilibre, la somme des torseurs réduits en un **même point** (B) qui s'exercent sur un solide (S) est égale au torseur nul$\{0\}$:

$$\{T_{A1\to S}\}_B + \{T_{B2\to S}\}_B + \{T_{C3\to S}\}_B = \{0\}$$

On choisi le point ou il y a le plus d'inconnues pour limiter les calculs (ici B)

L'addition des torseurs se ramène à deux équations vectorielles dans l'espace :

$\sum \vec{Forces}$ => $\vec{A}_{1\to S} + \vec{B}_{2\to S} + \vec{C}_{3\to S} = \vec{0}$

$\sum \vec{Moments}$ en **B** => $\vec{M}_{B\,1\to S} + \vec{M}_{B\,2\to S} + \vec{M}_{B\,3\to S} = \vec{0}$

On obtient 6 équations :
- 3 équations données par $\sum \vec{Forces} = \vec{0}$
- 3 équations données par $\sum \vec{Moment} = \vec{0}$

Ces 6 équations peuvent permettre de trouver au maximum **6 inconnues**

PROBLEME ETUDIE DANS LE PLAN (O,x,y)

Lorsque qu'un problème est étudié dans le plan (O,x,y) l'écriture des torseurs devient :

$$\{T_{A1\to2}\} = {}_A\left\{ \begin{matrix} X_A & / \\ Y_A & / \\ / & N_A \end{matrix} \right\}_{R(x,y,z)}$$

Dans ce cas le P.F.S. donne seulement 3 équations :

$$\left\{ \begin{matrix} \sum \text{Force} / x = 0 \\ \sum \text{Force} / y = 0 \\ \sum \text{Moment en I} / z = 0 \end{matrix} \right.$$

Ces 3 équations peuvent permettre de trouver au maximum **3 inconnues**